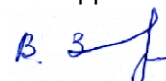


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
алгебры и математических  
методов гидродинамики

 (Звягин В.Г.)  
14.04.2022г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.В.ДВ.03.02 Теория степени фредгольмовых отображений и ее приложения

**1. Шифр и наименование направления подготовки:**

01.04.01 Математика

**2. Профиль подготовки:** Математические модели гидродинамики

**3. Квалификация выпускника:** Магистр

**4. Форма образования:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и математических методов гидродинамики

**6. Составители программы:** профессор, д.ф.-м.н. Звягин Виктор Григорьевич

**7. Рекомендована:** НМС математического факультета протокол № 0500-03 от 24.03.2022 г.

**8. Учебный год:** 2023-2024

**Семестр(-ы):** 4

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

*Целью курса является*

- освоение основных понятий теории фредгольмовых отображений и ее приложений и овладение методами применения этой теории к решению различных математических задач.

*Задачи изучения дисциплины*

- формирование способностей применения математических формализмов в профессиональной деятельности
- выработка навыков и умений по применению полученных знаний при исследовании различных моделей гидродинамики

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Теория степени фредгольмовых отображений и её приложения» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 дисциплин по выбору.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: Теория Лере-Шаудера её обобщения и приложения, функциональный анализ, математический анализ.

Студент должен свободно владеть функциональным анализом, элементами математического анализа, обладать полными знаниями теории Лере-Шаудера.

Дисциплина является предшествующей для курсов математического моделирования, всех специальных курсов, изучающих задачи математической физики.

## 11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен решать задачи аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач математической гидродинамики	ПК-1.1	Обладает большим объемом знаний в области математической гидродинамики	Знать: зарубежную и отечественную литературу в области математической гидродинамики Уметь: формулировать постановки основных задач математической гидродинамики, формулировать и доказывать теоремы предметной области Владеть: источниками информации, теоретическими подходами к исследованию математической гидродинамики
		ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математической гидродинамики	Знать: современные методы проведения научных исследований, подходы к анализу научно-исследовательских работ Уметь: находить, формулировать и исследовать разрешимость в научно-исследовательской деятельности Владеть: методами исследования и решения классических моделей гидродинамики
		ПК-1.3	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математической гидродинамики	Знать: современные методы анализа научно-исследовательских работ, основы научно-исследовательской деятельности в области математической гидродинамики Уметь: определять и развивать тематику научного исследования Владеть: современными методами научного анализа в области математической гидродинамики

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 2/72.

Форма промежуточной аттестации - экзамен

### 13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		4
Аудиторные занятия	20	20
в том числе:		
лекции	10	10
практические	10	10
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	16	16
Контроль:	36	36
Итого:	72	72

### 13.1 Содержание дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1	Банаховы пространства и линейные фредгольмовы отображения	Топологические изоморфизмы линейных нормированных пространств. Подпространства. Топологические прямые суммы и топологические дополнения Линейные фредгольмовы операторы. Корректор и регулятор фредгольмова оператора. Индекс фредгольмовых отображений.
2	Степень фредгольмовых отображений неотрицательного индекса. Метод конечномерной редукции	Собственные и замкнутые отображения. Конструкция степени собственных фредгольмовых отображений неотрицательного индекса. Корректность определения степени. Лемма «о воротнике». Случай фредгольмовых отображений нулевого индекса Свойства степени Свойство гомотопической инвариантности
<b>2. Практические занятия</b>		
1	Банаховы пространства и линейные фредгольмовы отображения	Топологические изоморфизмы линейных нормированных пространств. Подпространства. Топологические прямые суммы и топологические дополнения Линейные фредгольмовы операторы. Корректор и регулятор фредгольмова оператора. Индекс фредгольмовых отображений.
2	Степень фредгольмовых отображений неотрицательного индекса. Метод конечномерной редукции	Собственные и замкнутые отображения. Конструкция степени собственных фредгольмовых отображений неотрицательного индекса. Корректность определения степени. Лемма «о воротнике». Случай фредгольмовых отображений нулевого индекса Свойства степени Свойство гомотопической инвариантности

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Название темы	Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Банаховы пространства и линейные фредгольмовы отображения	5	5	8	18
2	Степень фредгольмовых отображений неотрицательного индекса. Метод конечномерной редукции	5	5	8	18
	Экзамен				36
	Итого	10	10	16	72

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Теория степени фредгольмовых отображений и её приложения» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета [https://math.vsu.ru/wp/?page\\_id=937](https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937).

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Звягин В.Г., Кондратьев С.К. Аттракторы для уравнений моделей движения вязкоупругих сред// Издательско-полиграфический центр Воронежского госуниверситета, 2010, 266с.
2.	Звягин В.Г., Ратинер Н.М. Топологические методы в теории нелинейных фредгольмовых отображений и их приложения / В.Г. Звягин, Н.М. Ратинер. - М.: Наука.- 2019.- 543 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	Темам Р. Уравнения Навье-Стокса: Теория и численный анализ / Р. Темам.—М.:Мир, 1981.— 408 с.
4.	Бесов О.В. Интегральные представления функций и теоремы вложения / О.В.Бесов, В.П.Ильин, С.М.Никольский. —М.: Наука, 1975. — 480 с.
6.	Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике / С.Л.Соболев.-М.: Наука, 1988. — 333 с.
7.	Гаевский Х. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения / Х. Гаевский, К. Грёгер, К. Захариас.-М.: Мир, 1978. — 336 с.
8.	Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.Л. Лионс.- М.: Мир, 1972. — 587 с.
9.	Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике / К.Ректорис.-М.: Наука, 1985. - 589 с.
10.	Рейнер М. Реология / М.Рейнер. — М.: Физматгиз, 1965. — 224 с.
11.	Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред / К.Трусделл. — М.: Мир, 1975. — 592 с.
12.	Лионс Ж.Л. некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.Л. Лионс.-М.: Мир, 1972. — 587 с.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

№ п/п	Источник
13.	Электронный каталог ЗНБ ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru/?p=4">http://www.lib.vsu.ru/?p=4</a>
14.	Сайт факультета <a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a>

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)**

№ п/п	Источник
1.	Звягин В.Г., Ратинер Н.М. Топологические методы в теории нелинейных фредгольмовых отображений и их приложения / В.Г. Звягин, Н.М. Ратинер. - М.: Наука.- 2019.- 543 с.
2.	Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.Л. Лионс.- М.: Мир, 1972. – 587 с.
3.	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий.

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, *Calc*, *Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

**19. Фонд оценочных средств:**

**Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Банаховы пространства и линейные фредгольмовы отображения	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
2	Степень фредгольмовых отображений неотрицательного индекса. Метод конечномерной редукции	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа № 1
Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен		Перечень вопросов к экзамену		

**20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

**20.1. Текущий контроль успеваемости**

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

**Домашние задания:**

По теме 1. Банаховы пространства и линейные фредгольмовы отображения

Звягин В.Г., Ратинер Н.М. Топологические методы в теории нелинейных фредгольмовых отображений и их приложения / В.Г. Звягин, Н.М. Ратинер. - М.: Наука.- 2019.- 543 с.

Задание:

1. Доказать Следствие 1.1.1.
2. Доказать теоремы 1.1.2 и 1.1.3
3. Доказать лемму 1.5.2

По теме 2. Степень фредгольмовых отображений неотрицательного индекса. Метод конечномерной редукции

Звягин В.Г., Ратинер Н.М. Топологические методы в теории нелинейных фредгольмовых отображений и их приложения / В.Г. Звягин, Н.М. Ратинер. - М.: Наука.- 2019.- 543 с.

Задание:

1. Написать краткую схему конструкции степени собственных фредгольмовых отображений неотрицательного индекса
2. Показать, что стандартные определения действуют в случае фредгольмовых отображений нулевого индекса

### **Примерный перечень задач для контрольной работы №1:**

#### **Контрольно-измерительный материал № 1.**

1. Топологические прямые суммы и топологические дополнения.
2. Лемма «о воротнике».

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с перечнем теоретических вопросов и предлагается ответить на данные вопросы. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться литературой и конспектом лекций, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 120 минут.

### **20.2. Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория степени фредгольмовых отображений и её приложения» проводится в форме экзамена.

Предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается

возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении экзамена учитываются результаты контрольной работы и учитывается выставленная преподавателем оценка за работу в ходе практических занятий.

Если у обучающегося есть положительная оценка по контрольной работе и положительная оценка работы в ходе обучения по практике, то оценка по экзамену выставляется как среднее арифметическое данных оценок с округлением десятых долей по математическим правилам. Если обучающийся не имеет положительной оценки контрольной работе или практике, или не согласен с этой оценкой, он может ответить на соответствующие вопросы в ходе экзамена.

#### Примерный перечень вопросов:

1	Топологические изоморфизмы линейных нормированных пространств.
2	Подпространства. Топологические прямые суммы и топологические дополнения
3	Линейные фредгольмовы операторы.
4	Корректор и регулятор фредгольмова оператора
5	Собственные и замкнутые отображения.
6	Индекс фредгольмовых отображений
7	Конструкция степени собственных фредгольмовых отображений неотрицательного индекса.
8	Корректность определения степени.
9	Лемма «о воротнике».
10	Случай фредгольмовых отображений нулевого индекса
11	Свойства степени
12	Свойство гомотопической инвариантности

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи
- 3) умения применять знания в профессиональной сфере;
- 4) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов экзамена используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Полный и правильный ответ на оба вопроса билета.	Отлично
Неточности в ответе на вопросы билета.	Хорошо
Существенные недочеты в ответе на вопросы билета.	Удовлетворительно
Полностью не раскрыт, по крайней мере, один вопрос билета.	Неудовлетворительно

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

№1 Будем говорить, что полугруппа  $\{S_t\}$  замкнута, если для любого  $t \geq 0$ , для любой  $\dots$  в  $E$  последовательности  $\{b_m\} \subset E$  выполняются следующие свойства:

- 1)  $b_m \rightarrow b_0 \in E$  в топологическом пространстве  $E_0$ ;
- 2) последовательность  $\{S_t b_m\}$  сходится в  $E_0$ , имеем предел  $\lim_{m \rightarrow \infty} S_t b_m = b_0$ .

Ответ: **ограниченной**

№2 Если полугруппа  $\{S_t\}$   $\dots$ , то  $H^T = [H^+]$ .

Ответ: **замкнута**

№3 Пусть существует компактное в  $C(R_+, E_0)$  и ограниченное в  $L_\infty(R_+, E)$  притягивающее множество  $P$  для пространства траекторий  $H^+$ . Пусть полугруппа  $\{S_t\}$  ограничена и замкнута. Тогда  $\dots$  аттрактор  $A$  пространства траекторий  $H^+$  является глобальным

$E, E_0$  — аттрактором.

Ответ: **глобальный**

№4 Пусть существует компактное в  $C(R_+, E_0)$  и ограниченное в  $L_\infty(R_+, E)$  притягивающее множество  $P$  для пространства траекторий  $H^+$ . Пусть полугруппа  $\{S_t\}$  ... и замкнута. Тогда глобальный аттрактор  $A$  пространства траекторий  $H^+$  является глобальным  $E, E_0$  — аттрактором.

Ответ: **ограничена**

№5 Пусть существует компактное в  $C(R_+, E_0)$  и ограниченное в  $L_\infty(R_+, E)$  притягивающее множество  $P$  для пространства траекторий  $H^+$ . Пусть полугруппа  $\{S_t\}$  ограничена и ... Тогда глобальный аттрактор  $A$  пространства траекторий  $H^+$  является глобальным  $E, E_0$  — аттрактором.

Ответ: **замкнута**

№6 Пусть  $E, E_0$  — два банаховых пространства таких, что  $E \subset E_0$ , причем вложение непрерывно. Если функция  $u$  принадлежит  $L_\infty(0, M; E)$  и непрерывна как функция со значениями в  $E_0$ , то она ... непрерывна как функция со значениями в  $E$ .

Ответ: **слабо**

№7 Пусть  $E, E_0$  — два банаховых пространства таких, что  $E \subset E_0$ , причем вложение непрерывно. Если функция  $u$  принадлежит  $L_\infty(0, M; E)$  и ... как функция со значениями в  $E_0$ , то она слабо непрерывна как функция со значениями в  $E$ .

Ответ: **непрерывна**

№8 Функция из класса  $C(R_+, E_0)$  слабо непрерывна и ... со значениями в  $E$ .

Ответ: **ограничены**

№9 Функция из класса  $C(R_+, E_0)$  слабо ... и ограничены со значениями в  $E$ .

Ответ: **непрерывны**

№10 Пространство  $H^+ \subset C(R_+, E_0) \cap L_\infty(R_+, E)$  называют пространством траекторий, а его элементы ...

Ответ: **траекториями**

### Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

3) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**



от 24.03.2022 г.